

Задача 4.1. а) (1 балл) Есть ведро объёмом 15 л, ведро объёмом 16 л и река. Как набрать из реки ровно 8 л воды?

б) (1 балл) Есть банка объёмом 2 л, банка объёмом 4 л и река. Можно ли набрать из реки ровно 3 л воды?

Задача 4.2. (1 балл) На белом бумажном квадрате 4×4 отметили 15 чёрных точек. Докажите, что можно вырезать из этого квадрата квадрат 1×1 , внутри которого не будет ни одной чёрной точки.

Задача 4.3. Рис кладут на одну чашу весов, гири — на любую или на обе чаши. Найдите

а) (1 балл) 2 гири, чтобы отмерять любое целое число кг от 1 до 4;

б) (2 балла) 3 гири, чтобы отмерять любое целое число кг от 1 до 13.

Задача 4.4. Киты и слоны сидят за круглым столом, всего 10 животных, причем китов больше половины. Верно ли, что:

а) (1 балл) какие-то два кита сидят друг напротив друга?

б) (1 балл) какие-то два кита сидят рядом?

в) (1 балл) какие-то три кита сидят рядом?

г) (2 балла) найдутся кит и слон, между которыми ровно три животных?

Задача 4.5. (3 балла) На доске 12×12 в левом нижнем углу стоит фишка. Петя и Вася по очереди, начиная с Пети, двигают её либо на одну клетку вверх или вправо, либо на одну клетку по диагонали вправо-вверх. Выигрывает тот, кто поставит фишку в правый верхний угол. Кто может обеспечить себе победу?

Задача 4.6. (2 балла) «Можно ли прорыть через центр Земли прямой туннель, чтобы оба конца выходили в море или океан?» — спросила геолог Юлия географа Олю. «Не знаю, — ответила Оля, — но Мировой океан занимает около 71% поверхности Земли. Спроси Марьяванну, она математик.» Что ответит Марьяванна?

Задача 4.7. (3 балла) Даны 11 гирек весом 1 г, 2 г, 3 г, ..., 11 г: 5 медных, 5 бронзовых и 1 золотая. Общий вес медных гирек на 30 г больше общего веса бронзовых. Найдите вес золотой гири.

Задача 4.8. (3 балла) Докажите, что среди учеников любого класса найдутся двое с одинаковым числом друзей в этом классе (если в этом классе не менее двух учеников).

Задача 4.9. (2 балла) Лист календаря частично закрыт предыдущим листом (как показано на рисунке справа). Какая его часть больше (по площади): открытая или закрытая?



Дополнительные задачи

Задача 4.10. (5 баллов) На клетчатой бумаге отмечено 5 любых вершин клеток. Докажите, что середина одного из отрезков, соединяющих какие-то две из этих точек, также будет вершиной клетки.

Задача 4.11. Туристы взяли в поход 27 банок консервов, веса которых известны и различны (есть список). Вскоре надписи на банках стёрлись и только завхоз знает, где что. Он хочет доказать всем, что в какой банке находится, не вскрывая банок и пользуясь только списком и двухчашечными весами со стрелкой, показывающей разницу весов на чашах. Хватит ли ему

а) (5 баллов) трёх;

б) (5 баллов) двух взвешиваний?

Задача 4.12. (4 балла) Из листа клетчатой бумаги размером 11×11 клеток вырезали (по клеткам) 15 квадратиков размером 2×2 клетки. Докажите, что можно вырезать ещё один такой квадратик.